

.....
Note

Name

Vorname

Matrikelnummer

Studiengang

Unterschrift der Kandidatin/des Kandidaten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Fakultät für Mathematik

Klausur

Grundzüge der Höheren Mathematik 2
für Lehramt an Berufsschulen (MA9952)

Dr. M. Prähofer

2. August 2017, 10:30 – 11:30 Uhr

Hörsaal: Reihe: Platz:

Hinweise:

Überprüfen Sie die Vollständigkeit der Angabe: **6** Aufgaben

Bearbeitungszeit: **60** min

Hilfsmittel: Ein selbsterstelltes Din A4 Blatt

	I	II
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Σ		

I
Erstkorrektur

II
Zweitkorrektur

Nur von der Aufsicht auszufüllen:

Hörsaal verlassen von bis

Vorzeitig abgegeben um

Besondere Bemerkungen:

1. Vektoren

[5 Punkte]

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

- (a) Bestimmen Sie $\beta \in \mathbb{R}$ so, dass \vec{b} senkrecht auf \vec{a} steht
- (b) Geben Sie einen Vektor $\vec{c} \in \mathbb{R}^3$ an, der senkrecht auf \vec{a} und \vec{b} steht, und die Länge 1 hat.
- (c) Welche Fläche hat das von \vec{a} und \vec{b} aufgespannte Parallelogramm?

2. Lineare Gleichungssysteme

[8 Punkte]

Geben Sie die Menge aller Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems an:

$$x + 3y - 2z = 1$$

$$2x + y - z = 1$$

$$5x - z = 2$$

3. Matrizen

[9 Punkte]

(a) Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - y + 2z \\ -3x + 2y - z \end{pmatrix}$. Wie lautet die darstellende Matrix A von f ?

(b) Sei $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie B^2 und, wenn möglich, B^{-1} .

(c) Berechnen Sie die Determinante von $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Kurven

[15 Punkte]

Gegeben ist die Kurve $\vec{x} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t)^3 \\ \sin(t)^3 \end{pmatrix}$.

- (a) Berechnen Sie $\vec{x}(t)$ für $t = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$.
- (b) Berechnen Sie $\dot{\vec{x}}(t)$, $|\dot{\vec{x}}(t)|$ und $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\dot{\vec{x}}(t)}{|\dot{\vec{x}}(t)|}$.
- (c) Skizzieren Sie die Menge $\{\vec{x}(t) \mid t \in [0, 2\pi]\}$.
- (d) Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve $\vec{x}(t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$, also im rechten oberen Quadranten.
HINWEIS: $\frac{d}{dx} \sin(x)^2 = 2 \sin(x) \cos(x)$.

5. **Extremwertbestimmung**

[9 Punkte]

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-2x}$.

- (a) Berechnen Sie den Gradienten von f .
- (b) Bestimmen Sie alle Punkte, an denen der Gradient von f verschwindet.
- (c) Sind die in (b) bestimmten Punkte globale Maxima oder Minima von f ? Begründen Sie (ohne die Hessematrix zu berechnen).

6. Mehrdimensionale Integration

[10 Punkte]

- (a) Berechnen Sie das Volumen unter dem Graphen der Funktion $f(x, y) = x^2y^2$ auf der Menge $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [0, 2], x \leq y \leq 2\}$.
- (b) Berechnen Sie das Integral $\iint_B e^{x^2+y^2} d(x, y)$ auf der Menge $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ mit Hilfe von Polarkoordinaten. HINWEIS: $\frac{d}{dr} e^{r^2} = 2re^{r^2}$.