p
Dr. M. Prähofer

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

Grundzüge der Höheren Mathematik 2 für Lehramt an Beruflichen Schulen MA9952

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9952_2017S

Sommersemester 2017
Blatt 7
(27.6.2017)

Präsenzaufgaben

P7.1. Darstellende Matrix einer linearen Abbildung

Sei $F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ linear mit $F(\vec{e_1})=\binom{3}{1}$ und $F(\vec{e_2})=\binom{-1}{2}$. Bestimmen Sie die Matrix $A\in\mathbb{R}^{2\times 2}$, so dass $F(\vec{x})=A\vec{x}$ für alle $\vec{x}\in\mathbb{R}^2$.

P7.2. Spiegelung an der Antidiagonalen

Geben Sie diejenige lineare Abbildung von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}^2$ an, die einer Spiegelung an der Antidiagonalen $\{\vec{x}\in\mathbb{R}^2 \,|\, x_1=-x_2\}$ entspricht.

P7.3. Eine orthogonale Matrix

Sei $F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ eine lineare Abbildung mit $|F(\vec{e_1})|=|F(\vec{e_2})|=1$, $F(\vec{e_1})\cdot F(\vec{e_2})=0$ und $\det(F(\vec{e_1}),F(\vec{e_2}))>0$. Dann gilt für die darstellende Matrix A von F: $A^{\mathrm{T}}A=E$ und F ist eine Drehung.

Hausaufgaben

H7.1. Darstellende Matrix einer linearen Abbildung

Sei $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ linear mit $F(\vec{e_1})=(1,2,3)$, $F(\vec{e_2})=(-2,0,1)$ und $F(\vec{e_3})=(4,-1,3)$. Bestimmen Sie die Matrix $A\in\mathbb{R}^{3\times 3}$, so dass $F(\vec{x})=A\vec{x}$ für alle $\vec{x}\in\mathbb{R}^3$.

H7.2. Spiegelung an einer beliebigen Achse

Sei $\vec{n}\in\mathbb{R}^2$ mit $|\vec{n}|=1$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $A\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ der Spiegelung an der Geraden $\{\lambda\vec{n}\,|\,\lambda\in\mathbb{R}\}$, $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, $f(\vec{x})=2(\vec{x}\cdot\vec{n})\vec{n}-\vec{x}$ und überprüfen Sie, dass $A^2=E$ gilt.

H7.3. Eine orthogonale Matrix

Sei $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit $F(\vec{e}_j)=\vec{v}_j$, $j=1,2,3$, wobei $|\vec{v}_j|=1$ und $\vec{v}_j\cdot\vec{v}_k=0$ für $j\neq k$, $j,k=1,2,3$. Zeigen Sie, dass für die darstellende Matrix $A\in\mathbb{R}^{3\times 3}$ von F gilt: $A^{\mathrm{T}}A=E$.

Hausaufgabenabgabe: Dienstag, 4.7.2017, zu Beginn der Übungen