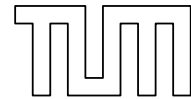




P

DR. M. PRÄHOFER

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik**Grundzüge der Höheren Mathematik 2**
für Lehramt an Beruflichen Schulen
MA9952

Sommersemester

2017

Blatt 7

(27.6.2017)

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9952_2017S

Präsenzaufgaben

P7.1. Darstellende Matrix einer linearen Abbildung

Sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ linear mit $F(\vec{e}_1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $F(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, so dass $F(\vec{x}) = A\vec{x}$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$.

P7.2. Spiegelung an der Antidiagonalen

Geben Sie diejenige lineare Abbildung von \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R}^2 an, die einer Spiegelung an der Antidiagonalen $\{\vec{x} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 = -x_2\}$ entspricht.

P7.3. Eine orthogonale Matrix

Sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine lineare Abbildung mit $|F(\vec{e}_1)| = |F(\vec{e}_2)| = 1$, $F(\vec{e}_1) \cdot F(\vec{e}_2) = 0$ und $\det(F(\vec{e}_1), F(\vec{e}_2)) > 0$. Dann gilt für die darstellende Matrix A von F : $A^T A = E$ und F ist eine Drehung.

Hausaufgaben

H7.1. Darstellende Matrix einer linearen Abbildung

Sei $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linear mit $F(\vec{e}_1) = (1, 2, 3)$, $F(\vec{e}_2) = (-2, 0, 1)$ und $F(\vec{e}_3) = (4, -1, 3)$. Bestimmen Sie die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, so dass $F(\vec{x}) = A\vec{x}$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.

H7.2. Spiegelung an einer beliebigen Achse

Sei $\vec{n} \in \mathbb{R}^2$ mit $|\vec{n}| = 1$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ der Spiegelung an der Geraden $\{\lambda \vec{n} \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$, $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(\vec{x}) = 2(\vec{x} \cdot \vec{n})\vec{n} - \vec{x}$ und überprüfen Sie, dass $A^2 = E$ gilt.

H7.3. Eine orthogonale Matrix

Sei $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit $F(\vec{e}_j) = \vec{v}_j$, $j = 1, 2, 3$, wobei $|\vec{v}_j| = 1$ und $\vec{v}_j \cdot \vec{v}_k = 0$ für $j \neq k$, $j, k = 1, 2, 3$. Zeigen Sie, dass für die darstellende Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ von F gilt: $A^T A = E$.

Hausaufgabenabgabe: Dienstag, 4.7.2017, zu Beginn der Übungen