

.....  
Note

Name

Vorname

Matrikelnummer

Studiengang

Unterschrift der Kandidatin/des Kandidaten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Fakultät für Mathematik

Klausur

Grundzüge der Höheren Mathematik 1  
für Lehramt an Berufsschulen (MA9951)

Dr. M. Prähofer

17. Februar 2017, 13:30 – 14:30 Uhr

Hörsaal: ..... Reihe: ..... Platz: .....

Hinweise:

Überprüfen Sie die Vollständigkeit der Angabe: **6** Aufgaben

Bearbeitungszeit: **60** min

Hilfsmittel: Ein selbsterstelltes Din A4 Blatt

	I	II
1		
2		
3		
4		
5		
6		
$\Sigma$		

I .....  
Erstkorrektur

II .....  
Zweitkorrektur

Nur von der Aufsicht auszufüllen:

Hörsaal verlassen von ..... bis .....

Vorzeitig abgegeben um .....

Besondere Bemerkungen:

1. **Tautologien**

[5 Punkte]

Entscheiden Sie mit einer Wahrheitstafel, ob  $\neg A \Rightarrow ((B \Rightarrow A) \Rightarrow \neg B)$  eine Tautologie ist.

## 2. Vollständige Induktion

[6 Punkte]

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion die Gültigkeit der Formel

$$\sum_{k=1}^n 2k = n^2 + n$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

### 3. Grenzwerte

[7 Punkte]

Bestimmen Sie, falls definiert, die folgenden Grenzwerte:

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - n^3}{(2n + 1)(n^2 + 2)},$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \sqrt{\frac{n}{n+1}}}{1 - \frac{n}{n+1}}$  (HINWEIS: Dritte binomische Formel).

#### 4. Ableitungen

[13 Punkte]

- (a) Berechnen Sie nachvollziehbar die erste und zweite Ableitung von  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .  
(Ergebnis:  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ,  $f''(x) = \frac{-3 + 2 \ln x}{x^3}$ )
- (b) Finden Sie einen kritischen Punkt von  $f$  und begründen Sie ob dieser ein lokales Maximum oder Minimum von  $f$  ist.
- (c) Wie lautet das Taylorpolynom zweiter Ordnung von  $f$  im Entwicklungspunkt 1?

## 5. Integrale

[10 Punkte]

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)  $\int_0^2 t^{3/2} dt,$

(b)  $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$  (mit Hilfe partieller Integration).

6. Reihen

[8 Punkte]

(a) Bestimmen Sie den Wert der Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{2^n}$ .

(b) Begründen Sie, ob die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{n+3}\right)^n$  konvergent ist.