



Präsenzaufgaben

P10.1. Beispiele für Reihen

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie wenn möglich ihren Grenzwert:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+n-5}{3n-7}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{e^n}, \quad (c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n+3}{5^n}, \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

P10.2. Konvergenzkriterien

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}.$$

P10.3. Zenons Paradox

Sie sind 10 Minuten zu spät in die Vorlesung gekommen, der Dozent hat bereits eine Tafel vollgeschrieben. Sie können doppelt so schnell abschreiben wie der Dozent an die Tafel schreibt. Sie beginnen sofort, das Versäumte abzuschreiben. In der selben Zeit schreibt der Dozent natürlich weiter und hat eine weitere halbe Tafel gefüllt. Bis Sie diese halbe Tafel wiederum abgeschrieben haben, hat der Dozent eine weitere viertel Tafel Vorsprung. Der Abstand verringert sich zwar ständig, aber können Sie den Dozenten jemals einholen?

Hausaufgaben

H10.1. Beispiele für Reihen

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie wenn möglich ihren Grenzwert:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+5}{7n+3n^2}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(-3)^n}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{64n}, \quad (d) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{\pi^n}.$$

H10.2. Konvergenzkriterien

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n-2} \right)^n, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 2^n}{(n^2+1)3^n}, \quad (d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

H10.3. Zenon beim Gassigehen

Herrchen und Hund sind 100 m von einem Baum entfernt. Herrchen geht mit 5 km/h zu dem Baum. Gleichzeitig läuft sein Hund mit 15 km/h zum Baum, dreht dort sofort um und läuft zurück zum Herrchen, dreht wieder zum Baum um, usw. Welche Strecke legt der Hund zurück?