



Präsenzaufgaben

P5.1. Vollständige Induktion

Beweisen Sie mittels Vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ die Summe der ersten n ungeraden Zahlen gerade den Wert n^2 ergibt.

P5.2. Berechnung einfacher Grenzwerte

Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 1}{n(2n+1)^2}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 2n^2 + 5}{(n^2 + 2)^2}, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n + 4}{(2n^2 + 1)^2}, \quad (d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 2n} - n.$$

Hausaufgaben

H5.1. Vollständige Induktion

Beweisen Sie mittels Vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$(a) \sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1, \quad (b) (1+x)^n \geq 1 + nx, \text{ falls } x \in \mathbb{R}, x \geq -1.$$

H5.2. Berechnung einfacher Grenzwerte

Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4 - 1}{(n^2 + 1)^2}, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n + 4}{n^2 + n + 1}, \quad (e) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n-1}, \\ (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^5 + 4n^2 - 10}{n^8 + n + 2}, \quad (d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}, \quad (f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n}{3^n - n}.$$

H5.3. Summe divergenter Folgen

Geben Sie Beispiele für Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$, so dass

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -\infty, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 5, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = (-1)^n.$$

Hausaufgabenabgabe: Donnerstag, 1.12.2016, zu Beginn der Übungen