TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

Dr. M. Prähofer

Grundzüge der Höheren Mathematik 1
für Lehramt an Beruflichen Schulen
MA9951

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9951_2016W

Wintersemester
2016/17
Blatt 4
(15.11.2016)

Präsenzaufgaben

P4.1. Operationen mit komplexen Zahlen

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen jeweils in der Normalform $a + \mathrm{i}b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar und geben Sie jeweils Real-, Imaginärteil und den Betrag an.

(a) $\mathrm{i}(1 + \mathrm{i})$, (b) $(1 + \mathrm{i})^2$, (c) $(1 + \mathrm{i})(1 - \mathrm{i})$, (d) i^{101},

(e) $\dfrac{1}{\mathrm{i}}$, (f) $\dfrac{1}{1 + \mathrm{i}}$, (g) $\dfrac{1}{\frac{4-3\mathrm{i}}{5}}$, (h) $\dfrac{1}{2 - \mathrm{i}} + \dfrac{1}{2 + \mathrm{i}}$.

P4.2. Komplexe Nullstellen einer quadratischen Gleichung

Zeigen Sie für $a, b, c \in \mathbb{R}$, mit $4ac - b^2 > 0$ und $z_1 = \frac{-b+\mathrm{i}\sqrt{4ac-b^2}}{2a}$, dass

$$az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - \overline{z_1}).$$

Insbesondere sind z_1 und $\overline{z_1}$ die Nullstellen der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$.

P4.3. Vollständige Induktion

Beweisen Sie mittels Vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ die Summe der ersten n ungeraden Zahlen gerade den Wert n^2 ergibt.

Hausaufgaben

H4.1. Rechnen mit komplexen Zahlen

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen jeweils in der Normalform $a + \mathrm{i}b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar und geben Sie jeweils Real-, Imaginärteil und den Betrag an.

(a) $\dfrac{1 + \mathrm{i}}{1 - \mathrm{i}}$, (b) $5 \cdot \dfrac{2 + \mathrm{i}}{10 - 15\mathrm{i}} - \dfrac{-3 + 7\mathrm{i}}{2 - 3\mathrm{i}}$, (c) $\dfrac{1}{1 + 2\mathrm{i}} + \dfrac{1}{2 + \mathrm{i}}$,

(d) $\left(\dfrac{1 - \mathrm{i}}{1 + \mathrm{i}}\right)^7$, (e) Lsgn. von $x^2 + 5 = 4x$, (f) Lsgn. von $x^4 + 1 = 0$.

H4.2. Quadratwurzeln einer komplexen Zahl

Bestimmen Sie $x, y \in \mathbb{R}$ so, dass $(x + \mathrm{i}y)^2 = a + \mathrm{i}b$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ mit $b > 0$ ist.

H4.3. Vollständige Induktion

Beweisen Sie mittels Vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n + 1)! - 1$, (b) $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, falls $x \in \mathbb{R}$, $x \geq -1$.

Hausaufgabenabgabe: Donnerstag, 24.11.2016, zu Beginn der Übungen