



## Präsenzaufgaben

### P2.1. Mengen

Gegeben sind die Mengen  $A = \{1, 2, 1, 3\}$ ,  $B = \{0, 1, 1, 1\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x < 3\}$ .

- Schreiben Sie die Mengen jeweils als einfache Aufzählung.
- Welche Teilmengenbeziehungen gibt es?
- Bestimmen Sie  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cup C$ ,  $B \cap C$ .
- Bestimmen Sie  $A \setminus B$ ,  $A \setminus C$ ,  $B \setminus A$ ,  $B \setminus C$ ,  $C \setminus A$ ,  $C \setminus B$ .
- Geben Sie  $A \times B$ ,  $B^2$  und  $\mathcal{P}(B)$  an.

### P2.2. Funktionen

Sei  $M = \{1, 2\}$  und  $N = \{1, 2, 3\}$ .

- Wieviele Funktionen  $f : M \rightarrow N$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, bzw., surjektiv?
- Wieviele Funktionen  $f : N \rightarrow M$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, bzw., surjektiv?
- Wieviele Funktionen  $f : M \rightarrow M$  gibt es? Wieviele davon sind bijektiv?
- Wieviele Funktionen  $f : N \rightarrow N$  gibt es? Wieviele davon sind bijektiv?

### P2.3. Bilder und Urbilder

Sei  $f : M \rightarrow N$  eine beliebige Funktion. Zeigen Sie für  $A, B \subseteq M$  und  $C, D \subseteq N$ :

- $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
- $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$

Geben Sie ein Beispiel an, für das  $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$  gilt.

## Hausaufgaben

### H2.1. Potenzmengen und kartesisches Produkt

Geben Sie jeweils die folgenden Mengen an, wobei  $A = \{3, 4, 5\}$  und  $B = \{A, 6\}$  ist.

- $\mathcal{P}(A)$
- $\mathcal{P}(B)$
- $\mathcal{P}(\emptyset)$
- $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$
- $A \times A$
- $A \times B$
- $B^3$
- $A \times \emptyset$

### H2.2. Mengen und Funktionen

Gegeben sind die Mengen  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1\}$ . Skizzieren Sie die folgenden Mengen in geeigneter Weise

- $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ .
- $A \times A$ ,  $A \times B$ ,  $B \times A$ .
- Die Graphen der Funktionen  $f, g : A \rightarrow B$ , wobei  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = 1 - \frac{3}{2}(x - 1)^2$ . Sind diese Funktionen injektiv, bzw., surjektiv?
- Geben Sie eine bijektive Funktion von  $A$  nach  $B \setminus \{0\}$  an.

### H2.3. Elementare Beweismethoden

Zeigen Sie die folgenden Aussagen analog zur Vorlesung:

- (a) Ist  $n \in \mathbb{N}$  durch 3 teilbar, dann ist auch  $n^2$  durch 3 teilbar.
- (b) Ist  $n \in \mathbb{N}$  und  $n^2$  durch 3 teilbar, dann ist auch  $n$  durch 3 teilbar.
- (c) Für alle  $p, q \in \mathbb{N}$  gilt  $p^2 \neq 3q^2$  (d.h.,  $\sqrt{3}$  ist irrational).

HINWEIS:  $n \in \mathbb{N}$  ist genau dann nicht durch 3 teilbar, wenn es ein  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  gibt, so dass  $n = 3k + 1$  oder  $n = 3k + 2$ .

**Hausaufgabenabgabe:** Donnerstag, 10.11.2016, zu Beginn der Übungen  
Wegen Allerheiligen entfällt die Vorlesung am 1.11. und die Übung am 3.11.2016.