



Tutoraufgaben

T10.1. Berechnung von Integralen

Berechnen und skizzieren Sie für $b < 0$ die Funktion

$$G_b(k) = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{-r}^r \frac{e^{-ikx}}{x + ib} dx$$

und skizzieren Ihren Imaginärteil.

T10.2. Cauchyscher Hauptwert und Prinzipalwert

Überprüfen Sie die Gleichheit von Prinzipalwert-Integral und Cauchyschem Hauptwertintegral für $f(z) = \tan z$ auf dem Intervall $[0, \frac{2}{3}\pi]$.

HINWEIS: Eine *reelle* Stammfunktion von $\tan x$ ist $-\ln |\cos x|$.

T10.3. Anwendung der Kramers-Kronig Relationen

(a) Wie lauten die Kramers-Kronig Relationen für eine holomorphe Funktion

$$f : \{x + iy \in \mathbb{C} \mid y > -\epsilon\} \rightarrow \mathbb{C}, \epsilon > 0, \text{ mit } \lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = 0?$$

(b) Wenden Sie die Kramers-Kronig Relationen auf $f(z) = \frac{1}{z+ir}$, $r > 0$, an. Welches Integral kann man damit bestimmen?

Hausaufgaben

H10.1. Berechnung von Integralen

Berechnen Sie das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikx}}{(x^2+1)^2} dx$ als Fourierintegral einer rationalen Funktion.

H10.2. Kramers-Kronig Relationen zur Berechnung bestimmter Integrale

Wir wollen das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ berechnen.

(a) Warum existiert das Integral im uneigentlichen Riemann-Sinne?

(b) Warum erfüllt $f(z) = \frac{e^{2iz}-1}{z}$ die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Kramers-Kronig Relationen?

(c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Kramers-Kronig Relationen den Wert des oben angegebenen Integrals.

Hausaufgabenabgabe: Montag, 13.1.2013, bis 12:15, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude

Wir wünschen Ihnen ein frohes Fest und ein gutes neues Jahr 2014!