Prof. Dr. M. Wolf
Dr. M. Prähofer

Mathematik für Physiker 4
(Analysis 3)

Wintersem. 2012/13
Blatt 11
(10.1.2013)
http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9204_2012W

Hausaufgaben

11.1. Hermite-Polynome

(a) Berechnen Sie $f^{(n)}(x)$ und ihre Fouriertransformierten für $n = 0, 1, 2, 3$, mit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

(b) Bestimmen Sie $h_n(x)$, $n = 0, 1, 2, 3$, als Linearkombination von $f, f', \ldots, f^{(n)}$, so dass $\widehat{h_n}(k) = \lambda_n h_n(k)$. Wie lautet λ_n?

11.2. Inverse Fouriertransformation

(a) Berechnen Sie die Fouriertransformierte von $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \le 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

(b) Benutzen Sie (a) um erneut zu zeigen, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \mathrm{d}x = \pi.$$

11.3. Fouriertransformation mit Residuensatz

a) Berechnen Sie die Fouriertransformierte von $f_a(x) = \frac{a}{\pi(x^2+a^2)}$, $a > 0$.
Zeigen Sie $f_a * f_b = f_{a+b}$.

b) Berechnen Sie die Fouriertransformierte von $h(x) = \frac{1}{x^4+4}$.

11.4. Faltung

Zeigen Sie, das die Faltung assoziativ ist: Sind $f, g, h \in L^1(\mathbb{R}^n)$, dann gilt

$$(f * g) * h = f * (g * h).$$

Abgabe der Hausaufgaben: 21.1.2013, bis 12:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude

Anmeldung zur Modulprüfung noch bis 15.1.2013!