Prof. Dr. H. Spohn
Dr. M. Prähofer

Mathematik für Physiker 3
(Analysis 2)

Sommersemester 2011
Blatt 8
(10.06.2011)

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9203_2011S

Zentralübung

Wegen Pfingsten entfällt die Zentralübung am 13.6.2011

Hausaufgaben

151. Taylor-Entwicklung

(a) Geben Sie alle im Ursprung ausgewerteten partiellen Ableitungen von $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, $f(w,x,y,z) = w^3x^5(y^3 - 2yz^2)$ an.

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der folgenden Funktionen bis zur zweiten Ordnung.

(b) $f(x,y) = \frac{1+x^2-2y^2}{\sqrt{4+xy}}$ im Entwicklungspunkt $(0,0)$,

(c) $f(x,y) = x^2 \sin \frac{xy}{2}$ im Entwicklungspunkt $(1,\pi)$.

152. Quadratisches Ergänzen

Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch und invertierbar, $b \in \mathbb{R}^n$.

(a) Bestimmen Sie den stationären Punkt x_0 von $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$,

$$F(x) = \tfrac{1}{2}x^TAx + b^Tx,$$

und geben Sie Bedingungen dafür an, dass x_0 ein lokales Minimum ist.
Hinweis: Vergleichen Sie die Taylorformel bis zur zweiten Ordnung im Entwicklungspunkt x mit $F(x+h)$.

(b) Seien $\lambda_1,\dots,\lambda_n > 0$ die Eigenwerte von A und $(b_1,\dots,b_n)$ eine zugehörige Orthonormalbasis aus Eigenvektoren. Geben Sie explizit eine bijektive Transformation $\Phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ und ihre Umkehrfunktion an, so dass für $\tilde{F} = F \circ \Phi$ einfach $\tilde{F}(y) = F(x_0) + \|y\|^2$ gilt. Begründen sie warum x_0 absolutes Minimum von F ist.

153. Extremwertbestimmung

Bestimmen Sie für die Funktion $f(x,y) = y^4 - 3xy^2 + x^3$

(a) (i) eine Funktion, deren Graph Tangentialebene an den Graph G_f bei $(0,1)$ ist,
(ii) eine quadratische Funktion, die mit f bis zu den zweiten Ableitungen im Punkt (x_0,y_0) übereinstimmt,

(b) lokale und globale Extremstellen und Sattelpunkte,

(c) Maximum und Minimum für $(x,y) \in [-\frac{5}{2},\frac{5}{2}] \times [-2,2]$.

Abgabe der Hausaufgaben: 20.06.2011, bis 11:30 im Briefkasten oder zu Beginn der Zentralübung