TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

Prof. Dr. H. Spohn
Dr. M. Prähofer

Mathematik für Physiker 3
(Analysis 2)

http://www-m5.ma.tum.de/MA9203_2011S

Sommersemester 2011
Blatt 1
(02.05.2011)

Zentralübung

111. Cauchy-Folgen

Für $A \subset \mathbb{C}$ sei diam $(A) := \sup\{|w-z| : w, z \in A\}$.
Zeigen Sie: $(z_n) \subset \mathbb{C}$ ist genau dann eine Cauchyfolge, wenn diam $(z_{n+\mathbb{N}_0}) \to 0$ für $n \to \infty$.

112. Taylorentwicklung der Umkehrfunktion

Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine C^k–Funktion, $k \geq 1$, $f([a,b] = [c,d]$ und $f'(x) > 0$ für $x \in [a,b]$.
Zeigen Sie: $f^{-1} : [c,d] \to [a,b]$ ist ebenfalls C^k (also k-mal stetig differenzierbar).

113. Riemann-Integral als Limes Riemannscher Summen

Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie:

$$\sum_{k=1}^{n} \tfrac{1}{n} f(\tfrac{k}{n}) \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} \int_0^1 f(x)dx.$$

Präsenzaufgaben

114. Verallgemeinertes Leibniz-Kriterium

Ist $x > 0$ und (a_n) eine monoton fallende Nullfolge, so konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n e^{ixn}$.

Hinweis: Man setze $a_0 := 0$, schreibe $a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} (a_k - a_{k-1})$ und vertausche die Reihenfolge der auftretenden Doppelsumme.

115. Taylorentwicklung der Umkehrfunktion

Berechnen Sie die ersten Terme der Taylorentwickung von erf^{-1} um den Ursprung, wobei $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^x e^{-t^2} dt$ die Error-Funktion ist.

116. Wieviele Dezimalstellen hat 65536! ?

Geben Sie eine möglichst gute obere und untere Schranke für die Anzahl der Dezimalstellen von 65536! an.

Hinweis: Schreiben Sie $\log n!$ als Summe. Die Fläche unter der Treppenfunktion in der Abbildung ist der Logarithmus von 10!. Eine Stammfunktion von $\log x$ ist $x \log x - x$.