TU München, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Physik
SoSe 2011

Prof. Dr. Silke Rolles
Dr. Jan Nagel
Dr. Mathias Rafler

Statistik: Grundlagen MA 2402

Multiple-Choice Wiederholungstest

Bei jeder Frage können mehrere oder auch keine Antwort richtig sein. Eine Antwort, die nur unter zusätzlichen Bedingungen richtig ist, wird dabei als falsch angesehen.

Die Geologin Annegret misst zur Altersbestimmung den radioaktiven Zerfall in n voneinander unabhängig gefundenen Gesteinsproben. Sie nimmt dabei an, dass die Zahl der pro Sekunde ermittelten Zerfallsereignisse poissonverteilt mit einheitlichem Parameter ist. Das zugehörige statistische Modell ist...

- ☐ stetig.
- ☐ parametrisch.
- ☐ ein Produktmodell.

Mary wirft 20 mal eine Münze und zählt dabei 9 mal Kopf. Welche Aussage trifft zu?

- ☐ Sie kann die Wahrscheinlichkeit für Kopf angeben.
- ☐ Sie kann einen Schätzwert dafür angeben, mit welcher Wahrscheinlich Kopf fällt.
- ☐ Sie kann einen Bereich um ihr Ergebnis angeben, in dem die Wahrscheinlichkeit für Kopf zu genau 90% liegt.

Ist $(\Omega, \mathcal{F}, (P_\theta)_{\theta\in\Theta})$ ein diskretes parametrisches statistisches Modell, so gilt:

- ☐ Ω ist abzählbar.
- ☐ Θ ist abzählbar.
- ☐ P_θ ist ein n-faches Produktmaß.

In dem statistischen Modell $\left(\{0,1\}, \mathcal{P}(\{0,1\}), (Bernoulli_p)_{p\in[0,1]}\right)$ des einfachen Münzwurfs sind $x \mapsto \frac{1}{2}$ und $x \mapsto x$ zwei Schätzer für p. Was kann man über die beiden Schätzer sagen?

- ☐ Beide sind erwartungstreu.
- ☐ Einer von hat einen Bias von 0.
- ☐ Einer besitzt gleichmäßig kleineren Mean-squared-error als der andere.

Es sei P_θ eine Verteilung mit Erwartungswert θ und existierender Varianz. Welche Eigenschaften besitzt der Mittelwertschätzer $\bar{X}_n$ für θ in dem statistischen Modell $\left(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}\left(\mathbb{R}^n\right), \left(P_\theta^{\otimes n}\right)_{\theta\in\Theta}\right)$?

- □ Er ist erwartungstreu.
- □ Er ist konsistent.
- □ Er ist varianzminimierend.
- □ Er ist ein Maximum-Likelihood-Schätzer.

Der Mean-squared-error eines Schätzers ist...

- □ die mittlere quadratische Abweichung vom Parameter.
- □ die mittlere quadratische Abweichung von seinem Erwartungswert.
- □ der quadrierte Bias des Schätzers.
- □ seine Varianz, falls der Schätzer erwartungstreu ist.

In dem statistischen Model $\left(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}\left(\mathbb{R}^n\right), \left(\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)^{\otimes n}\right)_{(\mu,\sigma)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}^+}\right)$ ist der Schätzer $S_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$...

- □ erwartungstreu für σ.
- □ erwartungstreu für σ^2.
- □ konsistent für μ.
- □ χ_n^2-verteilt.

Ist f_θ eine (Zähl-)Dichte, so ist die Likelihoodfunktion...

- □ eine Wahrscheinlichkeitsdichte.
- □ die Abbildung $(x, \theta) \mapsto f_\theta(x)$.
- □ die Abbildung $\theta \mapsto f_\theta(x)$.

Um den Maximum-Likelihood-Schätzer zu bestimmen, muss ich...

- □ die Likelihoodfunktion maximieren und den Wert des Maximums nehmen.
- □ die Likelihoodfunktion maximieren und die Maximumstelle nehmen.
- □ die log-Likelihoodfunktion maximieren und den Wert des Maximums nehmen.
- □ den Kehrwert der Likelihoodfunktion maximieren und die Maximumstelle nehmen.

Wenn X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable ist, was ist dann die Verteilung von X^2?

- □ χ_1^2
- □ Gamma$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- □ t_1 (Student-Verteilung)

Ist $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, so ist das Bild eines multivariat normalverteilten Vektors $X \in \mathbb{R}^n$ ist selbst multivariat normalverteilt unter den Abbildungen...

- □ $x \mapsto Ax$, A regulär.
- □ $x \mapsto Ax$, A nicht regulär.
- □ $x \mapsto Ax$, A nicht regulär, für X_i unabhängig.

Was trifft auf die zu einer Verteilungsfunktion F gehörende Quantilsfunktion F^- zu?

- □ F^- nimmt Werte in $(0,1)$ an.
- □ F^- ist monoton wachsend.
- □ F^- ist rechtsstetig.
- □ $F^-(F(x)) = x$ für alle reellen Zahlen x.

Ein Konfidenzintervall in einem statistischen Modell $\left(\Omega, \mathcal{F}, (P_\theta)_{\theta\in\Theta}\right)$ ist eine Abbildung...

- □ von Θ nach Ω.
- □ von Θ in die Potenzmenge von Ω.
- □ von Ω in die Potenzmenge von Θ.

Die Länge des Konfidenzintervalls

$$\left[\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(1-\alpha/2), \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(1-\alpha/2)\right]$$

für den Erwartungswert μ einer Normalverteilung bei bekannter Varianz wird bei wachsendem Irrtumsniveau α...

- □ kleiner.
- □ größer.
- □ kleiner oder größer, abhängig von μ.

Es soll die Hypothese $H_0:\ \theta \in \Theta_0$ gegen $H_1:\ \theta \in \Theta_1$ getestet werden zum Niveau $\alpha \in (0,1)$. Was stimmt?

- □ Es gibt immer einen Test zum Niveau α.
- □ Es gibt immer einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α.

In dem statistischen Modell $\left(\{0,\ldots,n\}, \mathcal{P}(\{0,\ldots,n\}), (Bin_{n,p})_p\right)$ ist $K = \{k, k+1, \ldots, n\}$ ein sinnvoller Ablehnungsbereich zum Testen welcher Hypothesen?

- □ $H_0:\ p = 0,5$ gegen $H_1:\ p = 0,2$
- □ $H_0:\ p = 0,2$ gegen $H_1:\ p = 0,5$
- □ $H_0:\ p \leq 0,2$ gegen $H_1:\ p > 0,2$
- □ $H_0:\ p > 0,2$ gegen $H_1:\ p \leq 0,2$

Die Gütefunktion β_K eines Tests...

- ☐ sollte in Punkten aus Θ_0 möglichst kleine Werte annehmen.
- ☐ sollte in Punkten aus K möglichst große Werte annehmen.
- ☐ gibt Aufschluss über das Niveau des Tests.

Ist R der Likelihood-Quotient für Hypothesen $H_0 :\ \theta \in \Theta_0$ und $H_1 :\ \theta \in \Theta_1$, so gilt:

- ☐ Wird Θ_1 verkleinert, so wird $R(\omega)$ kleiner für alle ω.
- ☐ $R(\omega)$ ist ein Quotient von Maximum-Likelihood-Schätzern.

Ein Likelihood-Quotienten-Test verwirft die Null-Hypothese, falls der Likelihood-Quotient $R(\omega)$...

- ☐ zu klein ist.
- ☐ einen festen Wert annimmt.
- ☐ zu groß ist.

Ist in dem statistischen Modell $(\Omega, \mathcal{F}, (P_\theta)_{\theta\in\Theta})$ die Abbildung C ein Konfidenzbereich zum Irrtumsniveau α und $K_{\theta_0} = \{\omega \in \Omega | \theta_0 \notin C(\omega)\}$, so gilt:

- ☐ $P_{\theta_0}(K_{\theta_0}) \leq \alpha$
- ☐ K_{θ_0} ist ein Ablehnungsbereich für einen Test der Hypothesen $H_0 : \theta = \theta_0$ gegen $H_1 : \theta = \theta_1$ zum Niveau α.
- ☐ K_{θ_0} ist ein Ablehnungsbereich für einen Test der Hypothesen $H_0 : \theta \leq \theta_0$ gegen $H_1 : \theta > \theta_0$ zum Niveau α.