

## Übungsblatt 9

### Statistik: Grundlagen MA 2402

*Ausgabe: 04. Juli 2011*

*Abgabe: 11. Juli 2011 um 12:00 Uhr*

*Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss  
(bitte Gruppe auf Abgabe vermerken)*

#### **Aufgabe 9.1 (Zweiseitiger Gaußtest)**

*10 Punkte*

In dem  $n$ -fachen Produktmodell einer Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert  $\mu$  und bekannter Varianz  $\sigma^2$  soll ein Test für das Testproblem

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad (1)$$

mit fest gewähltem  $\mu_0$  entworfen werden. Geprüft werden soll damit die Zuverlässigkeit der Weinabfüllanlage in Francois' Weinkellerei. Bei einer zufälligen Stichprobe von  $n = 25$  Flaschen hat er eine durchschnittliche Abfüllmenge von 749.4ml ermittelt. Laut Hersteller arbeitet die Abfüllanlage mit einer Standardabweichung von  $\sigma = 4$ ml. Francois nimmt an, dass die ermittelten Werte aus einer Normalverteilung stammen.

- (a) Zeigen Sie, dass der Likelihood-Quotient des Testproblems (1) die Form

$$R(x_1, \dots, x_n) = \exp\left(\frac{n}{2\sigma^2}(\bar{x} - \mu_0)^2\right)$$

hat. Wie sieht  $R$  qualitativ aus? Welche Konsequenzen hat das für den Ablehnungsbereich eines Likelihood-Quotienten-Tests?

- (b) Bestimmen Sie den Likelihood-Quotienten-Test zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.1$ . Muß Francois signifikante Abweichungen von der auf der Weinflasche angegebenen Menge von 750 ml feststellen?
- (c) Skizzieren Sie die Gütefunktion dieses Tests.
- (d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Test die Hypothese nicht verwirft, obwohl  $\mu = 751$ ml richtig ist?

[http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2402\\_2011S](http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2402_2011S)