

Übungsblatt 8

Statistik: Grundlagen MA 2402

Ausgabe: 27. Juni 2011

Abgabe: 04. Juli 2011 um 12:00 Uhr

Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss
(bitte Gruppe auf Abgabe vermerken)

Aufgabe 8.1 (Test für Poisson-Experimente)

5 Punkte

Lilo untersucht n Stichproben eines radioaktiven Elements, alle Stichproben sind von gleicher Masse. Gezählt wird die jeweilige Anzahl der Zerfallsereignisse in einem festen Zeitintervall. Modelliert sei das Experiment durch das statistische Modell $(\mathbb{N}_0^n, \mathfrak{P}(\mathbb{N}_0^n), \{P_5^{\otimes n}, P_{10}^{\otimes n}\})$, wobei P_λ die Poissonverteilung zum Parameter λ ist. Lilo möchte nun

$$H_0 : \theta = 5 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \theta = 10$$

testen.

- Für $n = 1$ wählt Lilo einen kritischen Bereich der Bauart $K = \{8, 9, \dots\}$. Berechnen Sie Signifikanzniveau und Macht dieses Tests.
- Gibt es einen Test dieser Bauart mit einem Signifikanzniveau exakt $\alpha = 0.05$?
- Für $n = 10$ setzt Lilo mit einem kritischen Bereich der Bauart $K = \{\omega \in \mathbb{N}_0^n : \omega_1 + \dots + \omega_n > k_0\}$ an. Bestimmen Sie k_0 derart, dass der dieser Test ein möglichst mächtiger Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ ist. Welche Macht hat dieser Test?

Aufgabe 8.2 (Test für Bernoulli-Experimente)

5 Punkte

Seien Y_1, \dots, Y_{12} unabhängig und identisch verteilt mit $Y_1 \sim B_{1,\theta}$. Zu testen ist

$$H_0 : \theta = 0.2 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \theta = 0.5.$$

- Geben Sie einen gleichmäßig besten Test zum Signifikanzniveau 0.02 an!
- Bestimmen Sie die Macht dieses Tests!
- Folgende Realisierungen wurden beobachtet:

110001110000.

Ist H_0 bei $\alpha = 0.02$ abzulehnen?