

Übungsblatt 7

Statistik: Grundlagen MA 2402

Ausgabe: 20. Juni 2011

Abgabe: 27. Juni 2011 um 12:00 Uhr

Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss
(bitte Gruppe auf Abgabe vermerken)

Aufgabe 7.1 (Konfidenzintervalle der Normalverteilung)

4 Punkte

Sei X_1, \dots, X_n eine Stichprobe des n -fachen Produktmodells $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), (N(\theta, 25)^{\otimes n})_{\theta \in \mathbb{R}})$. Das Konfidenzintervall

$$C = \left(\bar{X} - \frac{5}{\sqrt{n}} z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right), \bar{X} + \frac{5}{\sqrt{n}} z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

für θ zum Irrtumsniveau $\alpha \in (0, 1)$ ist aus der Vorlesung bekannt. Dabei bezeichnet $z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ das $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ -Quantil der Standardnormalverteilung.

- Wie groß muss n mindestens gewählt werden, damit die Länge von C für $\alpha = 0.1$ nicht größer als 1.25 ist?
- Welches Irrtumsniveau α besitzt C , wenn bei $n = 200$ Konfidenzintervalle der Länge 1.15 entstehen?
- Welche Länge besitzt das 80%-Konfidenzintervall für $n = 150$?

Aufgabe 7.2 (Gleichverteilung)

6 Punkte

Sei X_1, \dots, X_n eine Stichprobe des n -fachen Produktmodells $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), (Q_\theta^{\otimes n})_{\theta \in \mathbb{R}})$, wobei Q_θ für alle $\theta \in \mathbb{R}$ die Dichte

$$f_\theta(x) = 1_{[\theta, \theta+1]}(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

besitzt.

- Finden Sie *alle* Maximum-Likelihood-Schätzer für θ .
- Bestimmen Sie ein möglichst kleines $c \in (0, 1)$, so dass $[X_{1:n} - c, X_{1:n}]$ ein Konfidenzintervall für θ zum Irrtumsniveau α ist. Dabei ist $X_{1:n}$ die erste Ordnungsstatistik der Stichprobe X_1, \dots, X_n .
- Sei nun $\Theta = \{1, 2\}$. Geben Sie einen Test für das Testproblem

$$H_0: \theta = 1 \quad \text{gegen} \quad H_2: \theta = 2$$

an, für den die Fehler-Wahrscheinlichkeiten beider Arten gleich 0 sind.