TU München, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Physik
SoSe 2011

Prof. Dr. Silke Rolles
Dr. Jan Nagel
Dr. Mathias Rafler

Übungsblatt 5
Statistik: Grundlagen MA 2402

Ausgabe: 30. Mai 2011
Abgabe: 6. Juni 2011 um 12:00 Uhr
Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss

Aufgabe 5.1 (Fisher-Verteilung) *5 Punkte*
Es seien $X_1, \ldots, X_m, Y_1, \ldots Y_n$ unabhängige und standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass die Zufallsvariable

$$F = \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^m X_i^2}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i^2}$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f_{m,n}(x) = \frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} m^{m/2} n^{n/2} \frac{x^{m/2-1}}{(mx+n)^{(m+n)/2}} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

besitzt.

Aufgabe 5.2 (Quantilsfunktion) *5 Punkte*
Es sei X eine reellwertige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und

$$F^-(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} | p \leq F(x)\}, \qquad p \in (0,1)$$

die zugehörige Quantilsfunktion.

(a) Beweisen Sie die Äquivalenz

$$x \geq F^-(p) \iff F(x) \geq p$$

und zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass die Aussage falsch wird, wenn "$\geq$" durch "$\leq$" ersetzt wird.

(b) Es sei $U \sim \mathcal{U}([0,1])$ gleichverteilt auf dem Standardintervall. Zeigen Sie, dass die Zufallsvariable $F^-(U)$ die Verteilungsfunktion F besitzt.