TU München, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Physik
SoSe 2011

Prof. Dr. Silke Rolles
Dr. Jan Nagel
Dr. Mathias Rafler

# Übungsblatt 4
# Statistik: Grundlagen MA 2402

*Ausgabe: 23. Mai 2011*
*Abgabe: 30. Mai 2011 um 12:00 Uhr*
*Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss*

**Aufgabe 4.1 (Maximum-Likelihood-Schätzer)** *5 Punkte*
Ein System bestehe aus drei Komponenten, die hintereinander geschaltet sind, d.h. das System fällt aus, wenn mindestens eine der Komponenten ausfällt. Es wird angenommen, dass die Lebensdauern der einzelnen Komponenten durch unabhängige stetige Zufallsvariablen $X_1, X_2$ und $X_3$ beschrieben werden können. $X_1$ sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda$ und Dichte

$$f_1(x) = \lambda \exp\{-\lambda x\} \mathbf{1}_{[0,\infty)}(x).$$

$X_2$ und $X_3$ sind identisch Weibull-verteilt mit Dichte

$$f_2(x) = \frac{\lambda}{3\sqrt[3]{x^2}} \exp\{-\lambda \sqrt[3]{x}\} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x).$$

(a) Man berechne die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer $S$ des Systems.

(b) Es seien $S_1, \dots, S_n$ unabhängige Messungen der Lebensdauer des Systems. Man leite den Maximum-Likelihood-Schätzer für $\lambda$ her.

**Aufgabe 4.2 (Multivariate Normalverteilung/Transformationsformel)** *5 Punkte*
Es seien $X_1, X_2$ unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Dann sind die Zufallsvariablen

$$Y_1 := \frac{X_1 + X_2}{\sqrt{2}} \qquad Y_2 := \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}}$$

wieder unabhängig und standardnormalverteilt. Beweisen Sie diese Aussage auf zwei Arten, einmal mit Hilfe der Transformationsformel und einmal mit Satz 6.5.

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2402_2011S