

Übungsblatt 2

Statistik: Grundlagen MA 2402

Ausgabe: 09. Mai 2011

Abgabe: 16. Mai 2011 um 12:00 Uhr

Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss

Aufgabe 1.1 (Gütekriterium: Erwartungstreue gewichteter Mittelwerte) 4 Punkte

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsvariablen mit unbekanntem Erwartungswert μ und unbekannter Varianz $\sigma^2 < \infty$. Es sei

$$T(X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n c_i X_i \quad (1)$$

mit Konstanten $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$.

- Zeigen Sie, dass $T(X_1, \dots, X_n)$ genau dann ein erwartungstreuer Schätzer für μ ist, wenn $\sum_{i=1}^n c_i = 1$.
- Zeigen Sie, dass der Mittelwert \bar{X} minimale Varianz unter allen erwartungstreuen Schätzern der Form (1) hat.

Aufgabe 1.2 (Gütekriterien: Erwartungstreue und quadratischer Fehler) 6 Punkte

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige und identisch $U(0, \theta)$ -verteilte Zufallsvariablen mit unbekanntem Parameter $\theta \in (0, \infty)$; hierbei bezeichne $U(0, \theta)$ die Gleichverteilung auf dem Intervall $(0, \theta)$. Betrachten Sie die beiden Schätzer

$$T_n(X_1, \dots, X_n) = 2\bar{X}_n,$$
$$V_{n,a_n}(X_1, \dots, X_n) = a_n X_{n:n} \quad \text{mit } a_n \in \mathbb{R},$$

wobei $X_{n:n}$ wie auf Blatt 1 die n -te Ordnungsstatistik ist.

- Ist T_n erwartungstreu?
- Bestimmen Sie $a_n^* \in \mathbb{R}$ so, dass V_{n,a_n^*} erwartungstreu ist!
- Entscheiden Sie anhand der mittleren quadratischen Fehler von T_n und V_{n,a_n^*} , welchen der beiden Schätzer Sie verwenden würden!