

Übungsblatt 1

Statistik: Grundlagen MA 2402

Ausgabe: 02. Mai 2011

Abgabe: 09. Mai 2011 um 12:00 Uhr

Wo: "Statistik: Grundlagen SoSe 2011"-Briefkasten im Untergeschoss

Definition 1 (Ordnungsstatistik)

Seien X_1, \dots, X_n Zufallsvariablen. Die *Ordnungsstatistiken* $X_{1:n}, \dots, X_{n:n}$ von X_1, \dots, X_n sind definiert durch die Eigenschaften

$$X_{1:n} < X_{2:n} < \dots < X_{n:n}, \quad \{X_{1:n}, \dots, X_{n:n}\} = \{X_1, \dots, X_n\}.$$

Mit anderen Worten: $X_{i:n}$ ist der i -kleinste unter X_1, \dots, X_n .

Tutoriumsaufgabe 1.1 (Statistische Modelle)

Ein Insekt legt eine Poisson-verteilte Anzahl Eier mit unbekannter Rate λ . Aus jedem Ei schlüpft mit unbekannter Wahrscheinlichkeit p ein Insekt unabhängig von allen anderen Eiern.

- (a) Der Biologe Hilmar studiert n dieser Insekten. Dabei beobachtet er sowohl die Anzahl der gelegten Eier als auch die Anzahl der ausgeschlüpften Insekten. Beschreiben Sie ein geeignetes statistisches Modell und entscheiden Sie, ob dieses parametrisch oder nichtparametrisch ist.
- (b) Geben Sie eine Parametrisierung des Modells für den Fall an, dass Hilmar nur die Anzahl der ausgeschlüpften Insekten beobachtet. Bestimmen Sie dazu die parameterabhängige Verteilung der Daten und den Parameterraum Θ .

Aufgabe 1.1 (Statistische Modelle)

5 Punkte

Beschreiben Sie ein statistisches Modell $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ für jede der folgenden Situationen. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich um ein parametrisches oder ein nichtparametrisches Modell handelt.

- (a) Die Geologin Annegret misst den Durchmesser von n Kieselsteinen in einem alten Flussbett. Aufgrund theoretischer Überlegungen glaubt Annegret, dass der Logarithmus des Durchmessers eines Kieselsteines normalverteilt mit Parametern μ und σ^2 ist. Sie möchte aus ihren Beobachtungen Rückschlüsse auf μ und σ^2 ziehen. Annegret hat im Voraus keinerlei Informationen über diese Größen.

- (b) Aus einer Bevölkerung werden zwei Personengruppen der Größen n_1 und n_2 zufällig ausgewählt. Alle Mitglieder der zweiten Gruppe erhalten ein Medikament, von dem man glaubt, es verringere den Blutdruck. Alle Mitglieder der ersten Gruppe erhalten ein Placebo. Bei allen Teilnehmern wird ein Stunde nach dem verabreichen des Medikaments bzw. Placebos der Blutdruck gemessen. Es ist bekannt, dass das Medikament entweder den Blutdruck nicht beeinflusst oder ihn verringert. Die Verteilung des Blutdrucks vor bzw. nach dem Verabreichen des Medikaments ist unbekannt.

Aufgabe 1.2 (Ordnungsstatistik)

5 Punkte

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F und Dichte f . Es darf vorausgesetzt werden, dass die i -te Ordnungstatistik die Dichte

$$f_{i:n}(x) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} [F(x)]^{i-1} [1-F(x)]^{n-i} f(x)$$

hat.

Zusätzlich sei n ungerade sowie X_1 gleichverteilt auf $[\theta - 1, \theta + 1]$ und \bar{X} das arithmetische Mittel von X_1, \dots, X_n . Berechnen Sie $\mathbb{E}[(\bar{X} - \theta)^2]$ und $\mathbb{E}\left[\left(X_{\frac{n+1}{2}:n} - \theta\right)^2\right]$ und vergleichen Sie diese beiden mittleren quadratischen Abstände miteinander.

Allgemeine Information

- **Anmeldung für Tutorien:** Parallel zur Vorlesung gibt es acht Tutorien, die jeweils zweiwöchentlich stattfinden. Für diese ist die Anmeldung in mytum ab 02. Mai um 14:00 Uhr offen. Die Termine sind
 - Gruppen A, E: Mittwoch, 12:15 - 13:45, MI 00.09.022 (ab 04./11. Mai)
 - Gruppen B, F: Donnerstag, 14:15 - 16:45, MW 0337 (ab 05./12. Mai)
 - Gruppen C, G: Montag, 10:15 - 11:45, MI 03.10.011 (ab 09./16. Mai)
 - Gruppen D, H: Montag, 10:15 - 11:45, MI 03.08.011 (ab 09./16. Mai)
- **Hausaufgaben:** Allmontäglich werden Aufgabenblätter mit Tutoriums- und Hausaufgaben ausgegeben. Die Hausaufgaben dienen der intensiven Auseinandersetzung mit den Inhalten der Vorlesung, deren Bearbeitung wird wärmstens empfohlen. Ausgearbeitete Lösungen können bis Montag um 12:00 Uhr in den mit „Statistik: Grundlagen MA 2402 So 2011“ beschrifteten Briefkasten eingeworfen werden. Bis zu drei Vorlesungsteilnehmer dürfen zusammen abgeben. Die Ausarbeitungen werden bewertet und liegen etwa eine Woche nach Abgabe zur Abholung im Regal im Eingangsbereich von Finger 12, dritte Etage bereit.
- **Bonus:** Durch die Abgabe von Hausaufgaben ist es möglich, einen Bonus von einer Drittelnote auf die Klausur- bzw. Nachklausurnote von „Statistik: Grundlagen MA 2402 So 2011“ zu bekommen. Dazu muss die Klausur bestanden sowie 50% der Punkte der Hausaufgaben erreicht werden (Ausnahme: Besser als 1,0 geht nicht).

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2402_2011S