



## Hausaufgaben

### H11.1. Satz von Rouché (Staatsexamensaufgabe)

Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen des Polynoms  $p(z) = 2z^5 - 6z^2 + z + 1$  im Ringgebiet  $1 \leq |z| \leq 2$ . Sind darunter auch reelle Nullstellen?

### H11.2. Kramers-Kronig Relationen zur Berechnung bestimmter Integrale

Wir wollen das Integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$  berechnen.

- Warum existiert das Integral im uneigentlichen Riemann-Sinne?
- Warum erfüllt  $f(z) = \frac{e^{2iz}-1}{z}$  die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Kramers-Kronig Relationen?
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Kramers-Kronig Relationen den Wert des oben angegebenen Integrals.

## Tutoraufgaben

### T11.1. Satz von Rouché

- Wie lautet der Satz von Rouché?
- Wie viele Nullstellen (entsprechend der Vielfachheit gezählt) von  $z^4 + 12z + 1$  befinden sich in  $K_{(1,4)}(0)$ ?

### T11.2. Anwendung der Kramers-Kronig Relationen

- Wie lauten die Kramers-Kronig Relationen für eine holomorphe Funktion  $f : \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im} z > -\epsilon\} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $\epsilon > 0$ , mit  $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = 0$ ?
- Wenden Sie die Kramers-Kronig Relationen auf  $f(z) = \frac{1}{z+ir}$ ,  $r > 0$ , an. Welches Integral kann man damit bestimmen?

**Hausaufgabenabgabe:** Dienstag, 7.7.2015, bis 16:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude