



## Tutoraufgaben

### T12.1. Satz von Rouché

- (a) Wie lautet der Satz von Rouché?  
(b) Wie viele Nullstellen (entsprechend der Vielfachheit gezählt) von  $z^4 + 12z + 1$  befinden sich in  $K_{(1,4)}(0)$ ?

## Hausaufgaben

### H12.1. Residuen

- (a) Beweisen Sie  $\operatorname{Res}_{z_0}\left(\frac{1}{z^n - c}\right) = \frac{z_0}{nc}$ , falls  $c \neq 0$  und  $z_0$  eine Nullstelle des Nenners ist.  
(b) Bestimmen Sie  $\operatorname{Res}_0(e^{\frac{1}{z}})$ .  
(c) Bestimmen Sie  $\operatorname{Res}_0\left(\frac{e^{\frac{1}{z}}}{1-z}\right)$ .

### H12.2. Residuenkalkül I

Berechnen Sie

- (a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx$ ,  
(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$ .

### H12.3. Residuenkalkül II

Sei  $a > 1$ . Beweisen Sie die folgenden Behauptungen.

- (a)  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{a + \sin t} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$ ,  
(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ikx}}{x + ia} dx = \begin{cases} 0, & \text{für } k < 0 \\ -2\pi i e^{-ka}, & \text{für } k > 0. \end{cases}$

HINWEIS: Schreiben Sie das Integral in (a) als Kurvenintegral entlang des Einheitskreises. Wählen Sie in (b) für  $k > 0$  einen Integrationsweg in der unteren Halbebene.

**Hausaufgabenabgabe:** Dienstag, 1.7.2014, bis 16:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude