TUM, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Physik
SS 2014

Dr. Christian Döbler
Thomas Höfelsauer

Stochastik für Lehramt an Beruflichen Schulen
Übungsblatt 5

Tutoraufgaben:

Aufgabe T5.1

Eine Familie habe zwei Kinder. Wir nehmen an, dass jedes der beiden Kinder mit gleicher Wahrscheinlichkeit ein Junge wie ein Mädchen sein kann.

(i) Wir erhalten die Information, dass mindestens eines der beiden Kinder ein Junge ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat die Familie zwei Jungen?

(ii) Wir erhalten die Information, dass das älteste der beiden Kinder ein Junge ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat die Familie zwei Jungen?

Aufgabe T5.2

In Urne 1 befinden sich 8 rote Kugeln und 2 weiße. In Urne 2 befinden sich 4 rote Kugeln und 6 weiße. Sie wählen nun zufällig gemäß Gleichverteilung eine der beiden Urnen aus und ziehen daraus eine Kugel.

(i) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu ziehen.

(ii) Sie haben eine rote Kugel gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese aus Urne 1 stammt.

Hausaufgaben:

Aufgabe H5.1 (4 Punkte)

Vier internationale Großfabrikanten von Quietscheenten beliefern den Badeartikelladen Ihres Vertrauens und haben einen gleichgroßen Anteil an den verkauften Enten. Bei einer Untersuchung stellt sich heraus, dass sich 6 % der Quietscheenten, die vom Unternehmen A hergestellt wurden, nicht aufrecht über Wasser halten können, bei Unternehmen B sind es 8 %, bei Unternehmen C 12 % und bei Unternehmen D sogar 14 %.

(i) Sie kaufen in dem Laden eine Ente. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie eine aufrecht schwimmende Ente bekommen?

(ii) Ihr Nachbar hat zwei Enten derselben Produktion erworben, von denen die erste nur mit Schlagseite schwimmt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Ente aufrecht schwimmt?

(iii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Enten Ihres Nachbarn von Unternehmen D stammen?

Aufgabe H5.2 (8 Punkte)

In einer Spielshow darf der Kandidat eine von drei Türen wählen. Hinter einer Tür befindet sich ein Auto, hinter den beiden anderen Türen befindet sich jeweils eine Ziege. Nachdem sich der Kanditat für Tür 1 entschlossen hat, öffnet der Moderator Tür 3 und es kommt eine Ziege zum Vorschein. Der Kandidat darf jetzt entweder bei der gewählten Tür bleiben oder aber die Türe wechseln. Welche Strategie ist besser? Berechnen Sie hierfür die Wahrscheinlichkeiten bei einem Wechsel das Auto zu gewinnen, falls

(i) der Moderator nicht weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet und zufällig eine der beiden verbleibenden Türen öffnet.

(ii) der Moderator weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet und immer eine Tür von einer Ziege öffnet. Falls der Moderator hierbei eine Wahl hat, wählt er zufällig gemäß der Gleichverteilung eine der beiden Türen.

(iii) der Moderator weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet und immer eine Tür von einer Ziege öffnet. Falls der Moderator hierbei eine Wahl hat, wählt er immer die Tür mit der größten Nummer.

(iv) der Moderator weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet und immer eine Tür von einer Ziege öffnet. Falls der Moderator hierbei eine Wahl hat, wählt er mit Wahrscheinlichkeit $p \in [0,1]$ die Tür mit der größeren Nummer und mit Wahrscheinlichkeit $1-p$ die Tür mit der kleineren Nummer.

Aufgabe H5.3 (4 Punkte)
Sei $n \in \mathbb{N}$. An einem Baumstamm der Länge n Meter befindet sich nach jedem Meter eine Markierung. Wir wählen nun zufällig gemäß Gleichverteilung eine Markierung und schneiden den Baum an dieser Stelle in zwei Teile. Das rechte Stück schneiden wir nun wieder an einer zufällig gewählten Markierung auseinander (falls möglich). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das verbleibende Stück Länge l hat.

Ergänzungsaufgaben:

Aufgabe E5.1
Gegeben seien ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und Ereignisse $A, B, C \in \mathcal{F}$, so dass gilt:

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{8}{52}, \qquad P(A \cap B \cap C^c) = \frac{12}{52}, \qquad P(A \cap B^c \cap C) = \frac{4}{52},$$
$$P(A \cap B^c \cap C^c) = \frac{2}{52}, \qquad P(A^c \cap B \cap C) = \frac{5}{52}, \qquad P(A^c \cap B \cap C^c) = \frac{15}{52},$$
$$P(A^c \cap B^c \cap C) = \frac{3}{52}, \qquad P(A^c \cap B^c \cap C^c) = \frac{3}{52}.$$

Zeigen Sie, dass sowohl $P(A|B \cap C) > P(A|B^c \cap C)$ als auch $P(A|B \cap C^c) > P(A|B^c \cap C^c)$, aber auch $P(A|B) = P(A|B^c)$ gelten. Interpretieren Sie dieses Ergebnis, in dem Fall, dass die drei Ereignisse bezüglich einer zufällig gewählten, an einer gewissen Krankheit leidenden Person die folgende Bedeutung haben:

A : „Der Erkrankte wird geheilt."
B : „Der Erkrankte wird mit einem neuen Medikament behandelt."
C : „Der Erkrankte ist männlich."

Dieses Phänomen nennt man auch das *Simpson-Paradoxon.*

Abgabe der Hausaufgaben: Am Montag, den 19. Mai 2014, in der Vorlesung. Weitere Informationen zur Vorlesung und dem Übungsbetrieb finden Sie unter
`http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9943_2014S`