TUM, Zentrum Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Physik
SS 2014

Dr. Christian Döbler
Thomas Höfelsauer

Stochastik für Lehramt an Beruflichen Schulen
Übungsblatt 3

Tutoraufgaben:

Aufgabe T3.1

Bei einem gezinkten Würfel wird die Augenzahl $k \in \{1, \dots, 6\}$ mit Wahrscheinlichkeit $\rho(k) = c \cdot k$ geworfen, wobei c eine positive Konstante ist.

(i) Bestimmen Sie c.

(ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine gerade Augenzahl zu würfeln?

Aufgabe T3.2

Ein Würfel wird 10 mal hintereinander geworfen. Bestimmen Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

$A =$ „Es fällt genau eine 6.“

$B =$ „Es fällt mindestens eine 6.“

$C =$ „Es fällt maximal eine 6.“

$D =$ „Keine zwei aufeinanderfolgenden Augenzahlen sind gleich.“

$E =$ „Die Augenzahlen 1 und 2 fallen jeweils mindestens einmal.“

$F =$ „Keine Augenzahl ist kleiner als die vor ihr gefallenen Zahlen.“

Hausaufgaben:

Aufgabe H3.1 (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}, p \in (0,1)$ und $\lambda > 0$. Für welche Konstanten c definieren die folgenden Ausdrücke Zähldichten auf dem dazugehörigen Ergebnisraum Ω?

(i) $\Omega = \mathbb{N}$ und $\rho(k) = c \cdot \frac{(-1)^{k-1}}{k}$

(ii) $\Omega = \{0, \dots, n\}$ und $\rho(k) = c \cdot \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

(iii) $\Omega = \mathbb{N}_0$ und $\rho(k) = c \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$

(iv) $\Omega = \mathbb{N}$ und $\rho(k) = c \cdot (1-p)^{k-1}$

Aufgabe H3.2 (4 Punkte)
Beweisen Sie Proposition 1.12 aus der Vorlesung:

(i) Sei $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum. Dann hat die Zähldichte ρ zu P folgende Eigenschaften:

(Z1) $\rho(\omega) \in [0,1]$ für alle $\omega \in \Omega$

(Z2) $\sum_{\omega \in \Omega} \rho(\omega) = 1$

Außerdem ist das Wahrscheinlichkeitsmaß P eindeutig durch die Zähldichte ρ charakterisiert.

(ii) Sei umgekehrt $\Omega \neq \emptyset$ abzählbar und $\rho : \Omega \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die (Z1) und (Z2) erfüllt. Dann wird durch

$$P(A) := \sum_{\omega \in A} \rho(\omega) \qquad \text{für alle } A \subseteq \Omega$$

ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ definiert, sodass $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum wird.

Aufgabe H3.3 (4 Punkte)
Christian, Thomas, David und Silke spielen Schafkopf (32 Karten, 14 Trümpfe, 8 Karten pro Spieler). Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.

(i) Christian hat die 8 höchsten Trümpfe.

(ii) Thomas hat 8 Trümpfe.

(iii) David hat zwei Karten von jeder Farbe.

(iv) Silke hat 7 Trümpfe.

Aufgabe H3.4 (4 Punkte)
In einem Raum seien k verschiedene Personen.

(i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Personen am selben Tag Geburtstag haben, wenn alle 365 Tage gleichwahrscheinlich sind und Schaltjahre nicht berücksichtigt werden?

(ii) Für welche k ist die Wahrscheinlichkeit aus (i) größer als $0,5$?

Ergänzungsaufgaben:

Aufgabe E3.1
Ein König steht auf einem 8×8 Schachbrett und darf in jedem Zug entweder einen Schritt nach rechts, nach oben, oder diagonal nach rechts oben ziehen. Wie viele mögliche Wege gibt es von der linken unteren Ecke in die rechte obere?

Abgabe der Hausaufgaben: Am Montag, den 5. Mai 2014, in der Vorlesung. Weitere Informationen zur Vorlesung und dem Übungsbetrieb finden Sie unter
`http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9943_2014S`