

## Stochastik für Lehramt an Beruflichen Schulen Übungsblatt 10

### Tutoraufgaben:

#### Aufgabe T10.1

Sei  $(X, Y)$  eine Zufallsvariable mit Zähldichte  $\rho$ , die wie folgt gegeben ist:

$\rho(x, y)$	$y = -1$	$y = 0$	$y = 1$
$x = -1$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$x = 0$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$
$x = 1$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{4}$

- Zeigen Sie, dass  $\rho$  eine Zähldichte ist.
- Bestimmen Sie die Randverteilungen von  $X$  und  $Y$ .
- Bestimmen Sie die Zähldichte des Produkts  $Z = X \cdot Y$ .

#### Aufgabe T10.2

Sei  $(X, Y)$  eine Zufallsvariable mit gemeinsamer Dichte  $f(x, y) = cx^2(y + 1)\mathbb{1}_{[0,1]^2}(x, y)$ .

- Bestimmen Sie  $c$ .
- Bestimmen Sie die Randdichten von  $X$  und  $Y$ .
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(X < Y)$ .

### Hausaufgaben:

#### Aufgabe H10.1 (4 Punkte)

An einer Bushaltestelle kommt planmäßig alle 20 Minuten ein Bus an, beginnend um 12 Uhr mittags. Der Bus hat eine Verspätung von  $X$  Minuten, wobei  $X$  eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < 0 \\ x/10 & \text{falls } 0 \leq x \leq 10 \\ 1 & \text{falls } x > 10 \end{cases}$$

ist. Christian kommt um 11:50 Uhr an der Bushaltestelle an.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss Christian weniger als 5 Minuten auf den nächsten Bus warten?

- (ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss Christian zwischen 12 und 15 Minuten auf den nächsten Bus warten?
- (iii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss Christian weniger als 30 Minuten auf den nächsten Bus warten?
- (iv) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss Christian genau 15 Minuten auf den nächsten Bus warten?

**Aufgabe H10.2 (4 Punkte)**

Ein Würfel werde 2 mal geworfen. Sei  $X$  die Augenzahl des ersten Wurfes und  $Y$  die höchste geworfene Augenzahl.

- (i) Bestimmen Sie die gemeinsame Zähldichte  $\rho$  von  $X$  und  $Y$ .
- (ii) Bestimmen Sie die Randverteilungen von  $X$  und  $Y$ .
- (iii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(X < Y)$ .

**Aufgabe H10.3 (4 Punkte)**

Sei  $(X, Y)$  eine Zufallsvariable mit gemeinsamer Dichte  $f(x, y) = cxy(\frac{x}{2} + y + 1)\mathbb{1}_{[0,1]^2}(x, y)$ .

- (i) Bestimmen Sie  $c$ .
- (ii) Bestimmen Sie die Randdichten von  $X$  und  $Y$ .
- (iii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(X < Y)$ .

**Aufgabe H10.4 (4 Punkte)**

Christian und Thomas haben 3 Würfel, wobei der erste Würfel mit den Augenzahlen 1,1,5,5,9,9 beschriftet ist, der zweite mit 2,2,6,6,7,7 und der dritte mit 3,3,4,4,8,8. Christian und Thomas suchen sich nun je einen Würfel aus und würfeln, wobei die höhere Augenzahl gewinnt. Zeigen Sie, dass Christian im Vorteil ist, wenn Thomas seinen Würfel zuerst aussucht.

- (i) Überlegen Sie sich für jede Wahl von Thomas, welchen Würfel Christian nehmen sollte.
- (ii) Geben Sie in allen 3 Fällen die gemeinsame Zähldichte  $\rho$  der beiden geworfenen Augenzahlen an.
- (iii) Berechnen Sie in allen 3 Fällen die Wahrscheinlichkeit, dass Christian eine höhere Zahl würfelt.

**Abgabe der Hausaufgaben:** Am Montag, den 23. Juni 2014, in der Vorlesung. Weitere Informationen zur Vorlesung und dem Übungsbetrieb finden Sie unter [http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9943\\_2014S](http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9943_2014S)