



Tutoraufgaben

T6.1. Taylorentwicklung des Coulombpotentials

Sei $F : \mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{|x|}$. Für $x \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ entwickle man $F(x+h)$, bis zur zweiten Ordnung in h .

T6.2. Monopol, Dipol, Quadrupol

Sei $\rho : [-1, 1]^3 \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Ladungsverteilung. Bestimmen Sie die führenden Ordnungen in $\frac{1}{|x|}$ des Potentials $V(x) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\rho(y)}{|x-y|} dy_1 dy_2 dy_3$, für $|x| > 2$.

T6.3. Taylorentwicklungen

Bestimmen Sie das Taylorpolynom der folgenden Funktionen um den Ursprung.

- (a) $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x_1 \cdots x_m$ bis zur m -ten Ordnung.
- (b) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sin(x^3 y^2)$ bis zur 25-ten Ordnung.

Geben Sie jeweils alle partiellen Ableitungen (ausgewertet im Ursprung) explizit an.

Hausaufgaben

H6.1. Taylorentwicklungen

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der folgenden Funktionen bis zur zweiten Ordnung.

- (a) $f(x, y) = \frac{1+x^2-2y^2}{\sqrt{4+xy}}$ im Entwicklungspunkt $(0, 0)$,
- (b) $f(x, y) = x^2 \sin \frac{xy}{2}$ im Entwicklungspunkt $(1, \pi)$.

H6.2. Methode der kleinsten Quadrate

Sei $M \in \mathbb{R}^{n \times 2}$, mit $M^T M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ invertierbar, $b \in \mathbb{R}^n$.

- (a) Bestimmen Sie den kritischen Punkt x^* der Funktion $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = |b - Mx|^2$.
- (b) Zeigen Sie, dass $F(x) = |M(x - x^*)|^2 + C$ mit einer Konstanten $C \geq 0$.

H6.3. Extremwertbestimmung

Bestimmen Sie für die Funktion $f(x, y) = y^4 - 3xy^2 + x^3$

- (a) (i) eine Funktion, deren Graph Tangentialebene an den Graph G_f bei $(x_0, 2)$ ist,
(ii) eine quadratische Funktion, die mit f bis zu den zweiten Ableitungen bei $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ übereinstimmt,
- (b) lokale und globale Extremstellen und Sattelpunkte,
- (c) Maximum und Minimum für $(x, y) \in [-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}] \times [-2, 2]$.

Hausaufgabenabgabe: Montag, 01.06.2015, bis 12:00 im Briefkasten Keller FMI-Gebäude
oder vor Beginn der Zentralübung im PH HS 1