Prof. Dr. M. Wolf
Dr. M. Prähofer

Mathematik für Physiker 3 (Analysis 2)

Sommersemester 2013
Blatt 9
(17.6.2013)

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9203_2013S

Hausaufgaben

9.1. Tangentialraum

Gegeben ist die Menge $M := \{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\} \subseteq \mathbb{R}^3$, ein Ellipsoid mit den Halbachsen $a, b, c > 0$, und der Punkt $P = (\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}) \in M$.

(a) Warum ist M eine Untermannigfaltikeit des $\mathbb{R}^3$?

Bestimmen Sie auf zwei Arten eine Orthonormalbasis des Tangentialraums $T_P M$ und ergänzen Sie zu einer Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$,

(b) einmal durch Parametrisierung der Fläche in einer Umgebung von P, und

(c) in dem Sie M als Urbild eines regulären Wertes der Funktion $f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ beschreiben.

9.2. Die Lorentzgruppe

(a) Zeigen Sie: die Lorentzgruppe $M = \mathbf{O}(3, 1) := \{X \in \mathbb{R}^{4\times4} \,|\, X\mu X^{\mathrm{T}} = \mu\}$, mit $\mu = \mathrm{diag}(-1, 1, 1, 1)$ ist eine 6–dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^{4\times4}$.

(b) Bestimmen Sie eine Basis B_i, $i = 1, \dots, 6$, des Tangentialraums $T_{\mathbb{1}}M$ an die Einheitsmatrix $\mathbb{1}$.

(c) Sei $B \in T_{\mathbb{1}}M$. Zeigen sie, dass $e^{tB} \in M$ für alle $t \in \mathbb{R}$.

Abgabe der Hausaufgaben: 24.6.2013, bis 12:00 im Briefkasten oder in der Zentralübung

Die Probeklausur findet am 24.6.2013 von 12:00 bis 13:30 im PH HS 1 statt.
Bitte seien Sie pünktlich!