TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

Prof. Dr. M. Wolf
Dr. M. Prähofer

Mathematik für Physiker 3 (Analysis 2)

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9203_2013S

Sommersemester 2013
Blatt 1
(22.4.2013)

Hausaufgaben

1.1. Elementare Eigenschaften in metrischen Räumen

Sei (M, d) ein metrischer Raum, $A \subseteq M$. Zeigen Sie:

(a) Die ϵ–Kugel $C_\epsilon(x) = \{y \in M \,|\, d(x, y) \leq \epsilon\}$, $\epsilon > 0$, $x \in M$, ist abgeschlossen.

(b) $\overline{A} = \bigcap\limits_{\substack{C \supseteq A \\ C \text{ abg.}}} C$.

(c) $x \in \partial A \iff \forall r{>}0 \,:\, B_r(x) \cap A \neq \emptyset \;\wedge\; B_r(x) \cap (M \setminus A) \neq \emptyset$.

1.2. Komposition stetiger Funktionen

Seien L, M, N metrische Räume, $f : L \to M$, $g : M \to N$ stetig. Zeigen Sie auf drei verschiedene Arten, dass $g \circ f : L \to N$ stetig ist,

(a) mit unserer Definition der Stetigkeit,

(b) mit der Folgenstetigkeit,

(c) über die Urbildeigenschaft offener Mengen.

1.3. Beispiele für das Innere, den Abschluss und den Rand einer Menge

Skizzieren Sie die folgenden Mengen und geben Sie jeweils das Innere, den Abschluss und den Rand folgender Mengen an (jeweils in Euklidischer Metrik) und begründen Sie kurz.

(a) $M = (-1, 1]^2 \subset \mathbb{R}^2$.

(b) $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \,:\, \|x\|_2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$.

(c) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 - y^2 < 1 \;\wedge\; y \geq -1\} \subset \mathbb{R}^2$.

1.4. Produktmetrik

(a) Seien (X, d^X), (Y, d^Y) metrische Räume, $d : (X \times Y) \times (X \times Y) \to \mathbb{R}$,

$$d((x, y), (x', y')) := d^X(x, x') + d^Y(y, y').$$

Zeigen Sie, dass $(X \times Y, d)$ ein metrischer Raum ist.

(b) Zeigen Sie: $d^X : X \times X \to \mathbb{R}_0^+$ ist stetig bezüglich der Produktmetrik auf $X \times X$.

Abgabe der Hausaufgaben: 29.4.2013, bis 12:00 im Briefkasten oder in der Zentralübung

Schreiben Sie bitte Blattnummer, Namen und Ihre Tutorgruppe deutlich auf Ihre Lösungen.
Die Hausaufgaben sind einzeln abzugeben.
Hinweise zur Bonusregelung auf www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA9203_2013S.