TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

PROF. DR. M. WOLF
DR. M. PRÄHOFER

Funktionentheorie
MA2006/MA2008

Sommersemester 2015
Blatt 10
(23.6.2015)

`http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2006_2015S`

Hausaufgaben

H10.1. Residuenkalkül I

Berechnen Sie

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4}\mathrm{d}x,$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2}\mathrm{d}x.$

H10.2. Residuenkalkül II

Zeigen Sie:

(a) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \frac{\mathrm{d}t}{1-2p\cos t+p^2} = \frac{2\pi}{1-p^2}$ für alle $p \in \mathbb{C}$ mit $|p| < 1$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}}{x^2+b^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{b}\mathrm{e}^{-b|k|}$ für alle $b > 0$

HINWEIS: Schreiben Sie das Integral in (a) als Kurvenintegral entlang des Einheitskreises. Wählen Sie in (b) für $k > 0$ einen Integrationsweg in der unteren Halbebene.

Tutoraufgaben

T10.1. Residuenkalkül

Sei $a > 1$. Beweisen Sie die folgenden Behauptungen.

(a) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \frac{\mathrm{d}t}{a+\sin t} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2-1}},$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}}{x+\mathrm{i}a}\mathrm{d}x = \begin{cases} 0, & \text{für } k < 0 \\ -2\pi\mathrm{i}\mathrm{e}^{-ka}, & \text{für } k > 0. \end{cases}$

Hausaufgabenabgabe: Dienstag, 30.6.2014, bis 16:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude