



## Tutoraufgaben

### T9.1. Laurentreihenentwicklung

Geben Sie alle Laurentreihenentwicklungen von  $\frac{1}{z-z_0}$  um den Punkt 0 an, wobei  $z_0 \in \mathbb{C}$ .

### T9.2. Residuen

Geben Sie jeweils alle Residuen an:

- (a)  $\frac{1}{z^4-1}$ ,      (b)  $\frac{e^{iz}}{z^4-1}$ ,      (c)  $\frac{1}{z^5-z}$ ,      (d)  $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$
- (e)  $\cot z$ ,      (f)  $\frac{e^{-z^2}}{z-2}$ ,      (g)  $\sin \frac{1}{z}$ ,      (h)  $\frac{1-\cos(2z)}{z^5}$ ,

## Hausaufgaben

### H9.1. Eine hebbare Singularität

Für die Funktion  $m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $m(x) = \coth x - \frac{1}{x}$  für  $x \neq 0$  und  $m(0) = 0$ , zeige man:

- (a)  $m$  ist eine reell-analytische Funktion, d.h., sie kann in jedem Punkt durch ihre Taylorreihe dargestellt werden. Wie groß ist jeweils der Konvergenzradius?  
ERINNERUNG:  $\coth z = \frac{\cosh z}{\sinh z}$  und  $\sin iz = i \sinh z$ .
- (b)  $m$  ist streng monoton wachsend mit Werten in  $] -1, 1[$ . Man skizziere den Graphen von  $m$ .

### H9.2. Residuen

- (a) Zeigen Sie für  $c \neq 0$ :  $\text{Res}_{z_0} \left( \frac{1}{z^n - c} \right) = \frac{z_0}{nc}$ , falls  $z_0$  eine Nullstelle des Nenners ist.
- (b) Bestimmen Sie  $\text{Res}_0 \left( e^{\frac{1}{z}} \right)$ .      (c) Bestimmen Sie  $\text{Res}_0 \left( \frac{e^{\frac{1}{z}}}{1-z} \right)$ .

HINWEIS: Man entwickle in (c)  $\frac{1}{1-z}$  in einer geometrischen Reihe.

**Hausaufgabenabgabe:** Dienstag, 23.6.2015, bis 16:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude