TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Zentrum Mathematik

Prof. Dr. M. Wolf
Dr. M. Prähofer

Funktionentheorie
MA2006/MA2008

Sommersemester 2015
Blatt 2
(21.4.2015)

http://www-m5.ma.tum.de/Allgemeines/MA2006_2015S

Hausaufgaben

H2.1. $z \mapsto \frac{1}{z}$ ist analytisch

(a) Bestimmen Sie, mit Konvergenzradius, die Potenzreihenentwicklung von $z \mapsto \frac{1}{z}$ im Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe von (a), dass für $c \in \mathbb{C}$ die Funktion $\mathbb{C} \setminus \{c\} \ni z \mapsto \frac{1}{z-c} \in \mathbb{C}$ analytisch ist.

H2.2. Ableitung entlang einer Kurve

Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph und $\gamma : [a, b] \to \mathbb{C}$ eine C^1-Kurve in $\mathbb{C}$.

(a) Zeigen Sie elementar mit Hilfe der Definition der Ableitungen, dass

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(f \circ \gamma)(t_0) = f'(\gamma(t_0))\dot{\gamma}(t_0) \qquad \text{für } t_0 \in [a, b].$$

(b) Ist f' stetig, so gilt $\int_a^b f'(\gamma(t))\dot{\gamma}(t)\mathrm{d}t = f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))$.

Unterscheiden Sie deutlich zwischen komplexer Differentiation (Strich $'$) und Differentiation einer komplexwertigen Funktion nach reellem Parameter (Punkt $\dot{}$ oder $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$).

Tutoraufgaben

T2.1. Der Hauptzweig des Logarithmus ist holomorph

Sei $\mathbb{C}^- := \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_0^-$. Zeigen Sie, mit Hilfe der Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen, dass der Hauptzweig des Logarithmus, $\log : \mathbb{C}^- \to \mathbb{C}$,

$$\log(z) = \ln|z| + \mathrm{i}\arg(z),$$

holomorph ist, mit $\log'(z) = \frac{1}{z}$. Hinweis: Bestimmen Sie $\nabla \arg(x, y)$, aufgefasst als Funktion von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}^2$.

Hausaufgabenabgabe: Dienstag, 28.4.2015, bis 16:00, Briefkasten, Keller FMI-Gebäude